令和３年度　後期　物理基礎・物理　解答例

問題１

(1) 物体の質量を m とする。　$m\frac{(V_1)^2}{R} = G\frac{Mm}{R^2}$　　$\therefore\ V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

(2) 物体の質量を m とする。　$\frac{1}{2}mV_2{}^2 + \left(-G\frac{Mm}{R}\right) = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-G\frac{Mm}{r}\right)$

十分大きな距離rにおいて，十分小さい速さvを考えると　$V_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

(3) $F = G\frac{mM}{(R+h)^2}$　　$U = -G\frac{mM}{R+h}$

(4) $m\frac{v_1{}^2}{r_1} = G\frac{Mm}{r_1{}^2}$　　$\therefore\ v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}}$

$$T_1 = \frac{2\pi r_1}{v_1} = \frac{2\pi r_1}{\sqrt{\frac{GM}{r_1}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} r_1\sqrt{r_1}$$

(5) だ円軌道の長半径は $2r_1$ なので，ケプラーの第三法則より　$\frac{T_1{}^2}{r_1{}^3} = \frac{T_2{}^2}{(2r_1)^3}$

$\therefore\ T_2 = 2\sqrt{2}T_1$

問題２

(1) $f = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{-1} = \frac{ab}{a+b}$

(2) $\angle XO_1O_2 = \alpha$,　$\angle XO_2O_1 = \beta$ とおく。

$\angle P_1XP_2 = \angle O_1XO_2 = \pi - \alpha - \beta$ より，$\theta = \alpha + \beta$

$\alpha \fallingdotseq \sin\alpha = \frac{h}{R_1}$,　$\beta \fallingdotseq \sin\beta = \frac{h}{R_2}$　より，$\theta = \frac{h}{R_1} + \frac{h}{R_2}$

(3) $\angle YAB = \lambda$,　$\angle YBA = \mu$ とおく。$\angle AYB = \pi - \lambda - \mu$ より，$\delta = \lambda + \mu$

$\lambda \fallingdotseq \tan\lambda = \frac{h}{a}$,　$\mu \fallingdotseq \tan\mu = \frac{h}{b}$　より，$\delta = \frac{h}{a} + \frac{h}{b}$

(4) $\frac{\sin i}{\sin r} = n$,　　$\frac{\sin i'}{\sin r'} = n$

(5) $\delta = (i - r) + (i' - r')$。 $\sin i \fallingdotseq i$, $\sin r \fallingdotseq r$, $\sin i' \fallingdotseq i'$, $\sin r' \fallingdotseq r'$ であるから，前問の結果を利用して，

$i = nr$, $i' = nr'$。　$\therefore\ \delta = (n-1)(r + r')$

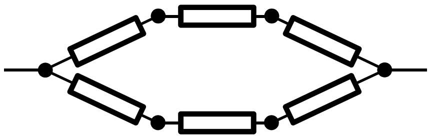
(6) 問(2), (3), (5) の結果より，$\frac{h}{a} + \frac{h}{b} = \delta = (n-1)(r + r') = (n-1)\theta = (n-1)\left(\frac{h}{R_1} + \frac{h}{R_2}\right)$

$\therefore\ \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

答：$f = \frac{R_1R_2}{(n-1)(R_1 + R_2)}$

問題３

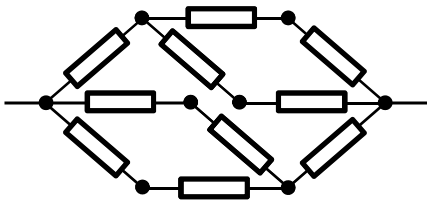
(1) 抵抗値 $3r$ の並列接続なので， $\dfrac{1}{R_{12}} = \dfrac{1}{3r} + \dfrac{1}{3r} = \dfrac{2}{3r}$ である。



答 $R_{12} = \dfrac{3}{2}r$

(2) 抵抗値 $2r$ の並列接続と抵抗値 r の直列接続を計算すると， $\dfrac{1}{\dfrac{1}{2r}+\dfrac{1}{2r}} + r = r + r = 2r$

であり，この抵抗値 $2r$ の並列接続なので， $\dfrac{1}{R_{34}} = \dfrac{1}{2r} + \dfrac{1}{2r} = \dfrac{1}{r}$ である。



答 $R_{34} = r$

(3)

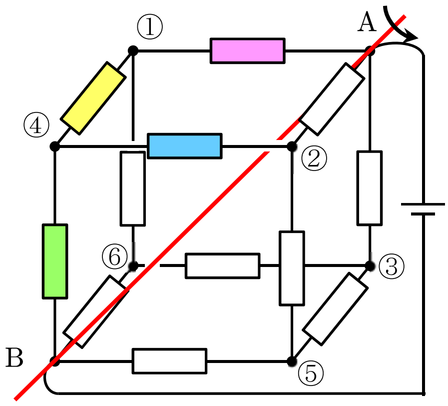


図 1

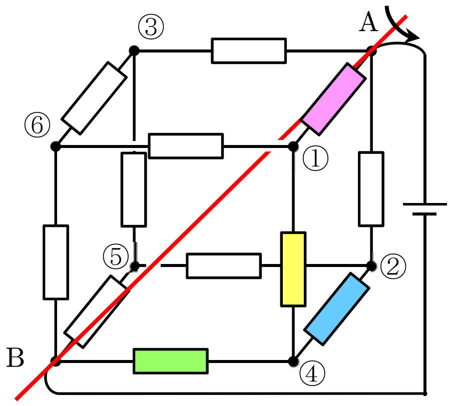


図 2

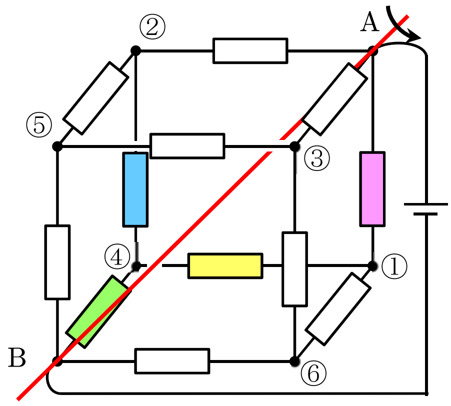


図 3

図 1 に示すように，A，B 点以外の結節点に ① から ⑥ の番号を付す。AB 間を結ぶ直線を回転軸とする回転操作について考える。120 度回転するたびに同じ配置になる。**図 1** において紅色で示す A-① 間の抵抗は，AB 軸の周りに 120 度回転させると **図 2** のように移動し，更に 120 度回転させると **図 3** のように移動する。従って，A-①，A-②，A-③ の 3 本の抵抗に流れる電流は互いに等しいことがわかる（**図 4** 参照）。同様にして，B-④，B-⑤，B-⑥ の 3 本の抵抗に流れる電流も互いに等しい。

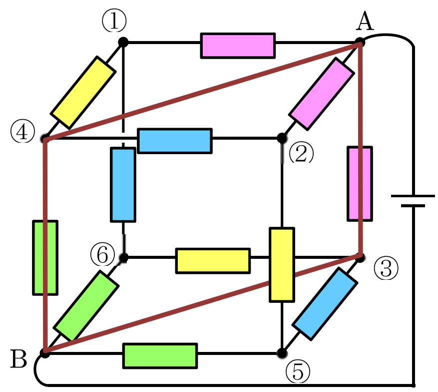


図 4

次いで，残り 6 本の抵抗に流れる電流の大きさについて考える。**図 1** において ①-④ 間と ②-④ 間の抵抗をそれぞれ黄色と水色で示す。そこから 120 度回転させると **図 2** のように移動し，更に 120 度回転させると **図 3** のように移動する。従って，**図 4** において黄色で示す 3 本の抵抗に流れる電流は互いに等しく，水色で示す 3 本の抵抗に流れる電流も互いに等しい。**図 4** において，

平面 A④B③ を挟んで手前側と奥側にある抵抗を総入れ替えしても，配置は変わらないことから，①-④と ②-④ に流れる電流は互いに等しいことがわかる。結局，**図 4** において黄色と水色で示す 6 本の抵抗に流れる電流は全て等しい。

AB 間に流れる電流を i とすれば，紅色の 3 本の抵抗に流れる電流は等しいので，それぞれ $\frac{i}{3}$ が流れる。同様に，緑色の 3 本にもそれぞれ $\frac{i}{3}$ が流れる。また，中間の 6 本の抵抗には，それぞれ $\frac{i}{6}$ が流れる。AB 間の電圧降下は iR_{1234} であり，これは $\frac{i}{3}r + \frac{i}{6}r + \frac{i}{3}r = \frac{5i}{6}r$ に等しい。

答 $R_{1234} = \frac{5}{6}r$

問題 4

(1) 気体が状態 X にある時の体積をV_Xで表す。B→C が断熱過程なので，（ア）より$T_H/T_L = (V_B/V_C)^b$ ⋯(*) である。D→E も断熱過程なので，$T_E = (V_D/V_A)^b\, T_H$ であるが，$V_D = V_C/a$，$V_A = V_B/a$ を用いると，$T_E = (V_C/V_B)^b\, T_H$ となり，(*) を用いて $T_E = T_L$ となる。

(2) （イ）によれば，温度 T の気体の体積を $V \to xV$ と等温変化させた時に気体する仕事は$nRT \cdot F(x)$ であり，同じ温度で $xV \to V$ と変化させた場合は $nRT \cdot F(1/x)$ となるが，2 つの過程は逆過程であるため，仕事の大きさは等しく，逆符号なはずなので，$F(x) = -F(1/x)$ でなければならない。

(3) 断熱過程において気体がする仕事量は内部エネルギーの変化に等しいが，理想気体の内部エネルギーは温度に比例するため，B→C と D→E の両過程において気体がする仕事量は打ち消しあう。 A→B の等温過程において気体がした仕事は（イ）により $nRT_L \cdot F(a)$ であるが，これはまた Q に等しい。また過程 C→D で気体がした仕事は $nRT_H \cdot F(1/a)$ であり，(2)の結果を用いるとこれは $-(T_H/T_L)\,Q$ に等しい。サイクルを通じて気体が外からされた正味の仕事量は $(T_H/T_L - 1)\,Q$ となり，Q/W は $T_L/(T_H - T_L)$ となる。