令和３年度　前期　物理基礎・物理　解答例

問題１

(1) ばねの弾性力と最大静止摩擦力がつりあっているので

$kd_0 = \mu mg$　　　よって　$d_0 = \frac{\mu mg}{k}$

(2) ばねの弾性エネルギーと動摩擦力がした仕事の大きさが等しいので

$\frac{1}{2}kd_1^2 = \mu' mgx$　　よって　$x = \frac{kd_1^2}{2\mu' mg}$

(3) 運動エネルギーと仕事との関係より

$\frac{1}{2}kd_2^2 = \mu' mgL + \frac{1}{2}mv_0^2$　　よって　$v_0 = \sqrt{\frac{kd_2^2}{m} - 2\mu' gL}$

(4) 衝突後の小物体と小球の速さをそれぞれ v_m，v_M とする。

運動量保存則より

$mv_0 = mv_m + Mv_M$　…①

また、完全弾性衝突なので反発係数が１である。よって

$1 = -\frac{v_m - v_M}{v_0}$　…②

これら２式より v_m を消去すると，$v_M = \frac{2m}{M+m}v_0$ 。よって $\frac{2m}{M+m}$

(5) 小球が点Ｃを飛び出してから床に衝突するまでの時間を t とすると

$h = \frac{1}{2}gt^2$　より　$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ なので

小球が床に衝突する直前の速度の垂直成分 v_y は $v_y = gt = \sqrt{2gh}$（下向き）

衝突直後の小球の速度の垂直成分を v_y' とすると $v_y' = ev_y$（上向き）

水平成分は $v_y = v_M$ であり，衝突前後で変化しない。

衝突前後で変化するのは運動エネルギーである。失われたエネルギーは

$\frac{1}{2}M\left(v_M^2 + v_y^2\right) - \frac{1}{2}M\left(v_M^2 + {v_y'}^2\right) = \frac{1}{2}Mv_y^2(1 - e^2) = Mgh(1 - e^2)$

問題２

(1) JK 間に生じる一様な電場 E の強さは，$V= Ed$ より，$E = \frac{V}{d}$　　　（答）$\frac{V}{d}$

(2) 荷電粒子が JK 間で電場 E により受ける静電気力は qE，この間の等加速度直線運動の加速度を a とすると，

$$ma = qE \text{ より } a = \frac{qE}{m} = \frac{qV}{md}$$

距離 $d/2$ を等加速度運動する時間を t_1 とし，極板 K を通過するときの速度を v とすると，初速度は 0 なので，

$$\frac{1}{2}at_1^2 = \frac{d}{2} \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{d}{a}} = \sqrt{d \times \frac{md}{qV}} = \sqrt{\frac{md^2}{qV}} = d\sqrt{\frac{m}{qV}},$$

$$v = at_1 = \frac{qV}{md} \cdot d\sqrt{\frac{m}{qV}} = \sqrt{\frac{qV}{m}} \qquad \text{（答）} \sqrt{\frac{qV}{m}}$$

(3) 荷電粒子が図のように検出器に向かって O 点を中心として等速円運動するには，磁場中で受けるローレンツ力が必要となる。よってフレミングの左手の法則より紙面の裏から表の方向

（答）裏から表

(4) KL 間で荷電粒子は等速運動するので，極板 L の孔を通過するときの速度は(2)と同じ v であり，この粒子が磁束密度 B の一様な磁場中で O 点を中心として半径 r の等速円運動をするには，

$$m\frac{v^2}{r} = qvB \Leftrightarrow r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{qV}{m}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{mV}{q}} \qquad \text{（答）} r = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{mV}{q}}$$

(5) JK 間(距離 $d/2$)、KL 間(l)、および磁場中での飛行時間をそれぞれ t_1，t_2，t_3 とすると，求める飛行時間 t は $t_1+t_2+t_3$

そのうち t_1 は(2)で算出しており $t_1 = d\sqrt{\frac{m}{qV}}$，KL 間は速度 v で距離 l を等速直線運動するので，$t_2 = \frac{l}{v} = l\sqrt{\frac{m}{qV}}$

磁場中では速度 v をもつ荷電粒子が半径 r の円周上を 1/4 周分飛行する時間であり，(4)で $\frac{r}{v} = \frac{m}{qB}$ より

$$t_3 = \frac{1}{4} \times \frac{2\pi r}{v} = \frac{\pi}{2} \times \frac{r}{v} = \frac{\pi}{2} \times \frac{m}{qB} = \frac{\pi m}{2qB}$$

以上から荷電粒子が極板 J と K の中間地点で静かに放されてから検出器 D に到達するまでの時間 t は

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = d\sqrt{\frac{m}{qV}} + l\sqrt{\frac{m}{qV}} + \frac{\pi m}{2qB} = (d+l)\sqrt{\frac{m}{qV}} + \frac{\pi m}{2qB} \qquad \text{（答）} (d+l)\sqrt{\frac{m}{qV}} + \frac{\pi m}{2qB}$$

(6) 質量 $12m$，電気量 q の荷電粒子が JK 間で加速されて極板 K を通過するときの速度を v_2，必要となる磁束密度の大きさを B_2 とすると，O 点を中心として半径 r の等速円運動をするには，

$$(12m)\frac{v_2^2}{r} = qv_2B_2 \Leftrightarrow B_2 = \frac{12mv_2}{qr}$$

ここで，$v_2 = \sqrt{\frac{qV}{12m}}$，$r = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{mV}{q}}$ より，

$$B_2 = \frac{12mv_2}{qr} = \frac{12m}{q} \times \sqrt{\frac{qV}{12m}} \times B\sqrt{\frac{q}{mV}} = \frac{12}{\sqrt{12}}B = \sqrt{12}B = 2\sqrt{3}B$$

（答）$2\sqrt{3}B$

問題３

(1) （計算など）気体の状態方程式より，温度が一定なので $p_1V_1 = p_2V_2$

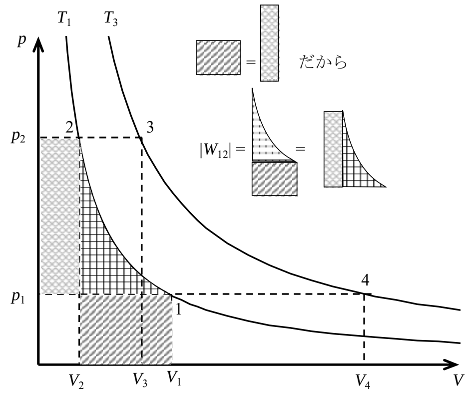
答 $V_2 = V_1 \ \frac{p_1}{p_2}$

(2) V_2はV_1より小さい。気体がピストンを押す方向に対して，ピストンは反対方向に移動した。

したがってW_{12}は負である。

(3) $V_3 = V_2 \ \frac{T_3}{T_1}$， $W_{23} = n\,R\,(T_3 - T_1)$， $\mathit{\Delta} U = \frac{3}{2} n\,R\,(T_3 - T_1)$

(4) （計算など）温度一定のもとでは



$p_1\,(V_1 - V_2) = p_1 \left(V_2 \ \frac{p_2}{p_1} - V_2\right) = V_2\left(p_2 - p_1\right)$ だから，

$p - V$ 線図の 1 - 2 - V_2 - V_1で囲まれた面積と

1 - 2 - p_2 - p_1で囲まれた面積は等しく $|W_{12}|$ である。圧力一定のときのT_1 曲線上の体積 VとT_3 曲線上の体積 V' の関係式は常に $V' = V(T_3/T_1)$ だから

4 - 3 - p_2 - p_1で囲まれた面積は $|W_{12}| \ \frac{T_3}{T_1}$ になり，これは 4 - 3 - V_3 - V_4で囲まれた面積 $|W_{34}|$ に等しい。

答 $|W_{34}| = |W_{12}| \ \frac{T_3}{T_1}$

問題４

(1) ABが半波長の長さなので 波長 = $2L$。振動数 = v/波長 = $v/(2L)$。

W と R の振幅は等しく，その和が a なので， W の振幅 = $a/2$

(2) W と R を重ね合わせた基本振動の $x = 0$ における変位は，任意の時刻 t においてゼロであるべきことより，R の時刻 t，位置 x における変位は $-b \sin 2\pi\{(t/T)+(x/\lambda)\}$ となる。

重ね合わせの原理より基本振動の変位は

$b \sin 2\pi\{(t/T)-(x/\lambda)\} - b \sin 2\pi\{(t/T)+(x/\lambda)\}$

$= b \sin 2\pi\ (t/T) \cos 2\pi(x/\lambda) - b \cos 2\pi\ (t/T) \sin 2\pi(x/\lambda)$

$\quad - b \sin 2\pi(t/T) \mathrm{coc}\ 2\pi(x/\lambda) - b \cos 2\pi(t/T) \sin 2\pi(x/\lambda)$

$= -2b \cos 2\pi(t/T) \sin 2\pi(x/\lambda)$

答 $-2b \cos 2\pi(t/T)\ \sin 2\pi(x/\lambda)$

(3) H と G のおもりの重さの比は、H と G の張力の比である。

H と G の張力の比は H と G の波の速さの２乗の比に等しい（張力の平方根が伝わる波の速さ比例するので)。

H と G の波の速さの２乗の比は、H と G の振動数の比の２乗に等しい（波長が同じ波の速さは振動数に比例するので)。

以上より H と G のおもりの重さの比は、H と G の振動数の比の２乗に等しい。

G の振動数は f，H の振動数は $f + n$ なので，

答 $k = \{(f + n)/f\}^2$